

Форма бланка ответов

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

Всероссийская олимпиада школьников

этап

Заполняется ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ чернилами черного или синего цвета по образцам:

А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я	@	8	9	.
А	В	С	Д	Е	Г	Ж	З	И	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я	@	8	9	.

ПРЕДМЕТ

МАТЕМАТИКА

КЛАСС

ДАТА

18.11.2022

ШИФР УЧАСТНИКА

51101

ФАМИЛИЯ

ЯНОК

ИМЯ

ЕКАТЕРИНА

ОТЧЕСТВО

ВЯЧЕСЛАВОВНА

Документ, удостоверяющий личность

☐

свидетельство о рождении

☐

паспорт

Гражданство

☐

Российская Федерация

серия

номер

Иное

Дата рождения

11.05.2005

Домашний телефон участника

+ 7

Мобильный телефон участника

+ 7

Электронный адрес участника

Муниципалитет

УЛЬЦСКИЙ РАЙОН

Сокращенное наименование образовательной организации (школы)

МБОУ СОШ с. Богородское

Сведения о педагогах-наставниках

1. Фамилия

ТАРАСОВА

Имя

НАТАЛЬЯ

Отчество

АНАТОЛЬЕВНА

Сокращенное наименование образовательной организации (школы)

МБОУ СОШ с. Богородское

2. Фамилия

Имя

Отчество

Сокращенное наименование образовательной организации (школы)

Личная подпись участника

Янок

Все поля обязательны к заполнению!

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.1	ЛИСТ 1 из 5	511-01 ШИФР УЧАСТНИКА
----------------	-------------	--------------------------

$$11.1 \quad 2^x + 2^y \geq 2^y + 2^x$$

$$2^x - 2^y \geq 2^y - 2^x$$

$$2^x(x-y) \geq 2^y(x-y)$$

$$(2^x - 2^y)(x-y) \geq 0$$

1) Если $x=y$, тогда $(x-y)=0$
 $2^x \cdot 0 \geq 2^y \cdot 0$ - неравенство верное

ПРИМЕР:
 $x=2 \quad y=2$
 $2^2 \cdot 0 \geq 2^2 \cdot 0$

2) Если $x > y$, тогда $(x-y) > 0$
 $2^x(x-y) \geq 2^y(x-y) \quad /: (x-y)$
 $2^x \geq 2^y$ - неравенство верное

ПРИМЕР:
 $x=3 \quad y=2$
 $2^3(3-2) \geq 2^2(3-2)$
 $8 \geq 4$

3) Если $x < y$, тогда $(x-y) < 0$
 $2^x(x-y) \geq 2^y(x-y) \quad /: (x-y)$
 $2^x \leq 2^y$ - неравенство верное

Пример:
 $x=2 \quad y=3$
 $2^2(2-3) \geq 2^3(2-3)$
 $-4 \geq -8$

Из этого всего следует, что данное нами неравенство справедливо для любых действительных чисел x и y . (ч.т.д.)

7.5

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.2	ЛИСТ 2 ИЗ 5	511-01 ШИФР УЧАСТНИКА
----------------	-------------	--------------------------

11.2 $1, 2, \dots, n$, где $n \div 50$

Докажите ряд чисел, где нет чисел $\div 50$, разделен на части:

$1, 2, \dots, 49$, 50 , $51, 52, \dots, 99$, 100 , $n-49, \dots, n-1$

Каждая из полученных арифметических прогрессий. Найдите их сумму:

$$\begin{aligned}
 & \frac{(1+49) \cdot 49}{2} + \frac{(51+99) \cdot 49}{2} + \dots + \frac{(n-49+n-1) \cdot 49}{2} = \\
 & = \frac{49(1+49+51+99+\dots+n-49+n-1)}{2} = \frac{49(50+150+\dots+2n-50)}{2} \quad \leftarrow \text{арифметическая прогрессия} \\
 & = \frac{49}{2} \cdot \frac{(50+2n-50)n}{2} = \frac{49n^2}{4} \quad \text{Умножив квадрат, получили } \frac{7n}{2}
 \end{aligned}$$

Получаем, что сумма оставшихся чисел является квадратом некоторого натурального числа. Значит, возможна преем.

Ответ: Да

58

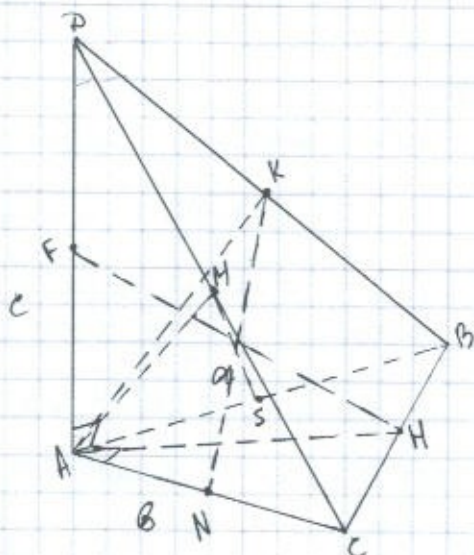
ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.3

ЛИСТ 3 ИЗ 5

БН-01

ШИФР УЧАСТНИКА



1) Рассмотрим $\triangle ABF$, $\triangle ADG$ и $\triangle ADE$.
Они все прямоугольные.

АН - медиана (т.к. $BN=NC$)

АК - медиана (т.к. $DK=KB$)

АМ - медиана (т.к. $DM=MC$)

Медиана в прямоугольном $\triangle$, опущенная на основание, равна его половине.

2) Пусть $AB=a$, $AC=b$, $AD=c$.

Тогда по т. Пифагора

$$BC = \sqrt{a^2 + b^2} \quad DB = \sqrt{a^2 + c^2} \quad DC = \sqrt{b^2 + c^2} \quad , \text{ теперь}$$

можем найти, чему равны медианы АН, АК, АМ

$$AH = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2} \quad AK = \frac{\sqrt{a^2 + c^2}}{2} \quad AM = \frac{\sqrt{b^2 + c^2}}{2}$$

3) Рассмотрим $\triangle AFH$, $\triangle AKN$, $\triangle AMC$ - они прямоугольные.
По т. Пифагора можем найти FH , KN , MS

$$FH^2 = AH^2 + AF^2 = \left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2}{4} + \frac{c^2}{4} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4}$$

$$FH = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$$

$$KN^2 = AK^2 + AN^2 = \left(\frac{\sqrt{a^2 + c^2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{a^2 + c^2}{4} + \frac{b^2}{4} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4}$$

$$KN = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$$

$$MS^2 = AM^2 + AS^2 = \left(\frac{\sqrt{b^2 + c^2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{b^2 + c^2}{4} + \frac{a^2}{4} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4}$$

$$MS = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2} \quad \Rightarrow FH = KN = MS$$

FH , KN , MS - отрезки, соединяющие середины противоположных рёбер,
и они равны. (ч.т.д.)

45.

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.4	ЛИСТ 4 ИЗ 5	611-01
		ШИФР УЧАСТНИКА

11.4 2023^6

Сначала узнаем общее число цифр в данном числе.
Для этого рассмотрим число 2000^6 .

$$2^6 \cdot (10^3)^6 = 64 \cdot 10^6 \Rightarrow 20 \text{ цифр}$$

Значит наше число 2023^6 состоит из 20 цифр.
Допустим, в данном числе будет 2 одинаковые цифры, тогда

$$0 + 0 + 1 + 1 + 2 + 2 + \dots + 9$$

Получим арифметическую прогрессию:

$$\frac{(0+9) \cdot 10}{2} + \frac{(0+9) \cdot 10}{2} = \frac{90}{2} + \frac{90}{2} = 90$$

Наше число должно быть $\div 3$, но $2023 \div 3$
и значит будет хотя бы 3 одинаковые цифры в десятичной,
данном числе 2023^6 .

(ч.т.г)

55

ЛИСТ ДЛЯ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЕ № 11.5	ЛИСТ 5 ИЗ 5	511-01
		ШИФР УЧАСТНИКА

11,5

Всего 400 людей

Человек 1-й улыбнулся 2-у, 3-у, ..., 201-у, затем 2-й улыбнулся 3-у, 4-у, ..., 202-у и т.д.

После 201-го не будет 200 человек, кому он может улыбнуться. Их будет всего 199, тогда двухсотый, кому он улыбнется, будет тот, которому ему уже улыбнулся. Это происходит пара.

Со всеми последующими (202-й, 203-й и т.д.) будет аналогичная ситуация, знача 400-й будет улыбаться ~~тому~~ тем, кто ему уже улыбнулся.

Анализируя образцы, мы поняли, что минимальное количество пар людей, улынувшихся друг другу - 200.

Ответ: 200

75